

# МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕРМОГЕННОЙ ФУНКЦИИ ЛЕГКИХ ЧЕЛОВЕКА В УСЛОВИЯХ НИЗКИХ ТЕМПЕРАТУР. ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЙ ПОДХОД

Минвалеев Р.С., Иванов А.И., Савельев Е.В.  
Санкт-Петербургский государственный университет  
rinad\_minvaleev@mail.ru



Изложены результаты математического моделирования процесса холодовой адаптации гомойотермного организма. Результаты работы апробированы в режиме автоэксперимента (высушивание мокрых простыней на морозе в минус 20 градусов в течение 90 минут – см. фото). Документальную видеосъемку проводила съемочная группа киностудии исторического фильма «Фараон»). Доказано существование условий, при которых легкие человека приобретают свойства главного органа теплопродукции.

Изложим противоречивую ситуацию, сложившуюся в физиологии терморегуляции гомойотермного организма в условиях холода. С одной стороны, ведущую роль в поддержании температурного гомеостаза так называемого «ядра» тела теплокровного организма отводят сократительному термогенезу в скелетной мускулатуре. Известно также, что в 1949 году теплопродукция одиночного сокращения была измерена на мышце лягушки, т.е. типичного хладнокровного организма [1]. Впоследствии найденная величина –  $3 \cdot 10^{-3}$  кал/г – в научной литературе стала фигурировать как энергетическая константа одиночного мышечного сокращения, в том числе и теплокровных организмов, включая организм человека. С другой стороны, периферическое, по отношению к ядру тела, расположение скелетной мускулатуры делает теорию сократительного термогенеза противоречащей второму началу термодинамики, взятому уже в самой первой формулировке Рудольфа Клаузиуса: «Теплота не может переходить сама собой от более холодного тела к более тепловому» (см. [2], с. 133). Иными словами, вся работа скелетной мускулатуры гомойотермного организма по производству тепла в условиях холода согласно второму началу термодинамики пойдет на согревание окружающего пространства, но никак не «ядра» тела. Поддержание температурного гомеостаза гомойотермного организма в условиях холода требует производства тепла где-то внутри «ядра» тела, т.е. во внутренних органах. Рассмотрим термодинамические свойства этого гипотетического внутреннего органа теплопродукции (далее, «орган»).

Обозначим через  $dU$  – изменение полной энергии теплокровного организма,  $C$  – среднюю теплоемкость организма,  $T'$  – температуру тела организма,  $T$  – температуру окружающей среды,  $T^*$  – температуру в гипотетическом органе теплопродукции,  $dS$  – изменение энтропии процессов теплопродукции в «органе»,  $dA'$  – изменение работы внешних сил над организмом: в нашем случае то изменение работы окружающей атмосферы, которое происходит при химической теплопродукции в «органе»,  $dQ_p$  – изменение теплоты в процессе химической теплопродукции в «органе», причем  $dQ_p = dP_p$ , где  $dP_p$  – работа химической теплопродукции в «органе»,  $dQ$  – излучаемую организмом теплоту. Все температуры берутся в градусах Кельвина.

Работа химической теплопродукции в «органе»  $dP_p$  действует против работы внешних сил  $dA'$ , т. е.

$$dP_p = -dA'. \quad (1)$$

Изменение энтропии  $dS$  будем понимать в смысле Р.Ю. Клаузиуса, т. е. энтропия произведена необратимыми процессами внутри системы.

$$dS \geq \frac{dQ}{T^*}. \quad (2)$$

Вместе с тем в книге [3] напечатано доказательство того, что для живых систем справедливо равенство:

$$dS = d_e S + d_i S; \quad (3)$$

где (по И. Пригожину)  $d_e S$  – изменение энтропии, обусловленное обменом веществом и энергией с внешней средой,  $d_i S$  - изменение энтропии, обусловленное «некомпенсированным преобразованием».

Перепишем соотношение (2) с учетом равенства (3)

$$dS = \frac{dQ_p}{T^*}. \quad (4)$$

Считая, что изменение полной энергии системы  $dU$  равно химической теплопродукции в «органе»  $dP_p$  минус излучаемая телом теплота  $dQ$ , запишем первый закон термодинамики с учетом равенства (1):

$$dU = dA' - dQ. \quad (5)$$

Изменение полной энергии теплокровного организма  $dU$ , стоящее в правой части выражения равенства (5) может быть также записано как:

$$dU = CdT'. \quad (6)$$

Кроме того, применив к стоящей в правой части выражения (5) излучаемой теплокровным организмом теплоте  $dQ$  закон Фурье, можно записать:

$$dQ = -kF(T' - T)dt, \quad (7)$$

где  $F$ -площадь поверхности излучения теплокровным организмом, за которую можно принять поверхность кожного покрова,  $k$  – усредненный коэффициент теплопроводности поверхностных слоев теплокровного организма,  $t$  – время. Уравнение (7) записано для случаев, в которых выполняется неравенство  $T' > T$ , т. е. для случаев, в которых температура  $T$  окружающей среды заведомо меньше температуры тела  $T'$ .

В свою очередь изменение работы внешних сил организма  $dA'$ , заключающееся в изменении химической теплопродукции в легких известно и записано выражением (1).

В целях удобства изложения перепишем уже записанные выше равенства:

$$dQ_p = dP_p, \quad (*)$$

$$dP_p = -dA', \quad (**)$$

$$dS = \frac{dQ_p}{T^*}. \quad (***)$$

Из равенства (\*) и равенства (\*\*\*) следует, что

$$dS = \frac{dP_p}{T^*},$$

т. е.

$$dP_p = T^* dS.$$

Тогда, применив равенство (\*\*\*) находим, что

$$dA' = -T^* dS. \quad (8)$$

Подставив найденные выражения для  $dU$ ,  $dA'$ ,  $dQ$ , записанные в выражениях (6), (8), (7) в выражение (5), находим:

$$CdT' = -T^* dS + kF(T' - T)dt, \quad (9)$$

или

$$C \frac{dT'}{dt} = -T^* \frac{dS}{dt} + kF(T' - T).$$

Для гомойотермного организма, в котором  $T' = const$ , будет справедливо равенство

$$C \frac{dT'}{dt} = 0.$$

Уравнение (9) примет вид:

$$T^* \frac{dS}{dt} = kF(T' - T). \quad (10)$$

Известно и напечатано, например [3], что производство энтропии  $dS/dt$  для химических реакций можно записать, как:

$$\frac{dS}{dt} = \frac{A}{T^*} \frac{d\xi}{dt}, \quad (11)$$

где  $A$  – химическое сродство,  $v = \frac{d\xi}{dt}$  – скорость химической реакции.

Для приблизительной оценки ограничимся предположением о линейной зависимости  $v(T^*)$ , т. е.:

$$\frac{dv}{dT^*} = const = z; \quad (12)$$

решив дифференциальное уравнение (12) находим:

$$v = zT^* + B; \quad (13)$$

где  $z$  – коэффициент, значение которого можно найти, используя результаты экспериментов,  $B$  – константа, значение которой находим из начальных условий. Известно и напечатано, например, в книге [1], что теплопродукция в легких практически отсутствует при температуре комфорта. На этом основании запишем:  $v = 0$  при  $T^* = T$ . Тогда уравнение (13) можно переписать как:

$$v = zT^* - zT'. \quad (14)$$

Найденное равенство (14) справедливо только для диапазона температур, в котором может находиться температура гомойотермного организма.

Подставив выражение для скорости  $v$  реакций химической теплопродукции в легких из равенства (14) и производство энтропии  $dS/dt$  из выражения (11) в выражение (10), запишем:

$$T^* \frac{A}{T^*} (zT^* - zT') = kF(T' - T). \quad (15)$$

Выразив из равенства (15) температуру  $T^*$  теплопродукции в легких запишем:

$$T^* = \frac{kF(T' - T)}{zA} + T'. \quad (16)$$

Напомним, что  $T$  – температура окружающей среды,  $T'$  – температура тела,  $T' > T$ .

Найденный результат – равенство (16) можно использовать как решение задачи приблизительной оценки температуры  $T^*$  в «органе» теплопродукции в зависимости от температуры  $T$  окружающей среды.

Нетрудно увидеть, что правая часть выражения (16) линейна, т.е.

$$T^* = \frac{kF}{zA}(T' + 1) - \frac{kF}{zA}T, \quad (17)$$

где  $\frac{kF}{zA}(T' + 1) = const$  – постоянная, а  $-\frac{kF}{zA} = const$  – коэффициент линейной зависимости.

Выполним физиологическую интерпретацию. Найденная модель (16-17) является доказательством правомерности результатов, анонсированных К.С. Тринчером в работе [4] о термогенных функциях легких. Тогда при достаточно низких температурах окружающей среды в терминалях воздухоносных путей гомеотермного организма может быть выполнена целенаправленная работа, которая ведет к неограниченному возрастанию внутриальвеолярной температуры.

- [1]. Hill F.Y. The heat of activation and heat of shortening in a muscle twitch // Proc. Roy. Soc. London. Ser. 13. 1949. Vol. 136, № 883. – p. 195-216.
- [2]. Клаузиус Р. Механическая теория тепла // в сб. Второе начало термодинамики. Под ред. А.К. Тимирязева. Изд. 2-е. – М.: Изд-во ЛКИ, 2007. – 312 с.
- [3]. Пригожин И., Кондепуди Д. Современная термодинамика. От тепловых двигателей до диссипативных структур: Пер. с англ. Ю. А. Данилова и В. В. Белого – М.: Мир, 2002. – 461 с., ил. – (Лучший зарубежный учебник)
- [4]. Тринчер К. С. Теплообразовательная функция и щелочность реакции легочной ткани. М.: Издательство АН СССР. 1960. – 107 с.

#### MATHEMATICAL MODEL OF THERMOGENIC FUNCTION OF LUNG IN HUMAN BY LOW TEMPERATURES. THERMODYNAMIC APPROACH

Minvaleev R.S., Ivanov A.I., Saveljev E.V.

The results of mathematical modeling of human adaptation to low temperatures are discussed. Thermodynamic work of lung in human body from entropy point is described. The new method for activating thermoproduction in human body is found.